

# **1.2 Структура электричного кола. Законы Киргхофа.**

# План лекції

- Вітка електричного кола
- Вузол електричного кола
- Граф для кола. Структурні елементи графа:
- Шлях. Контур. Дерево. Вітки зв'язку. Перетин. Головний контур. Головний перетин.
- I-й закон Кірхгофа (для струмів).
- II -й закон Кірхгофа (для напруг).

- Кожен елемент електричного кола має, як мінімум, два зовнішні полюси, за допомогою яких він з'єднується з іншими елементами. Електричне коло утворюється об'єднанням полюсів елементів, які входять до його складу.
- Аналіз електричного кола зводиться до визначення струмів і напруг всіх його елементів, якщо відомі параметри і спосіб з'єднання елементів між собою (структура, топологія).
- З метою зменшення в розрахункових рівняннях кількості струмів і напруг для опису структури (топології) кола вводяться поняття : *вітка* і *вузол*.

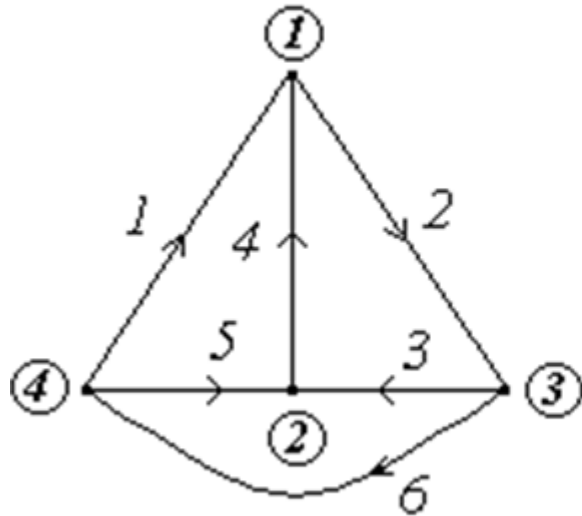
## *Вітка електричного кола*

- *Вітка* – частина кола, яка розглядається відносно двох зовнішніх полюсів і характеризується струмом і напругою між цими полюсами. До складу вітки може входити один, або більша кількість елементів.
- Основна вимога до внутрішньої структури вітки, вона повинна бути відомою, або повина легко знаходитись залежність між струмом і напругою на її зовнішніх полюсах. Найчастіше вітку утворюють декілька послідовно, або паралельно з'єднаних елементів.

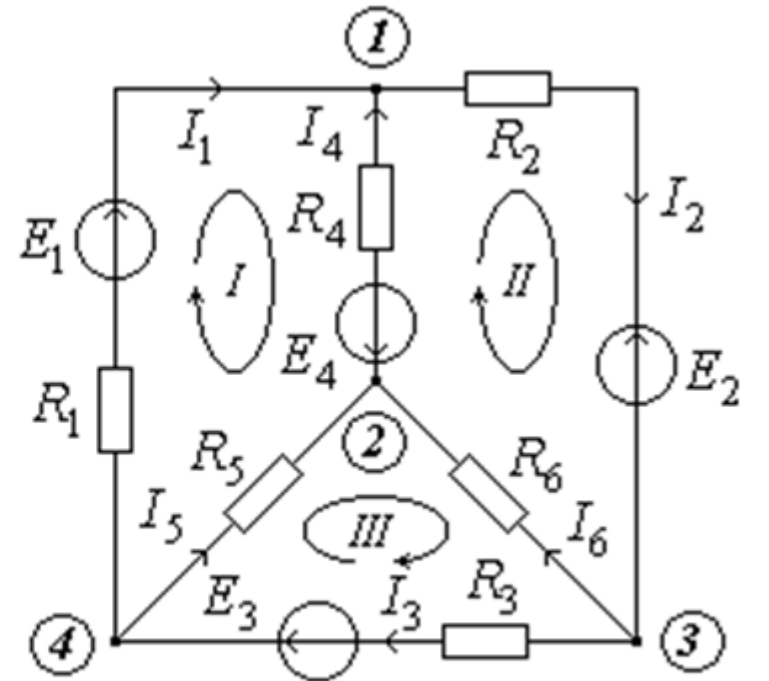
## *Вузол електричного кола*

- *Вузол* – точка, в якій з'єднуються вітки між собою.
  - Отже, надалі будемо вважати, що *задача аналізу* електричного кола *полягає в знаходженні струмів і напруг всіх його віток*.
- Структуру (топологію) електричного кола будемо розуміти як спосіб з'єднання між собою його віток. Дуже зручно показувати топологію кола у вигляді геометричної фігури – *графа*, який складається з *ребер*, що зображають вітки, і *вершин*, які зображають вузли кола.

На *Рис. 9* зображений орієнтований граф для кола (*Рис. 10*).  
 Стрілками на кожному ребрі показують напрям струму вітки і одночасно напрям відрахунку напруги цієї вітки.



*Рис. 9*



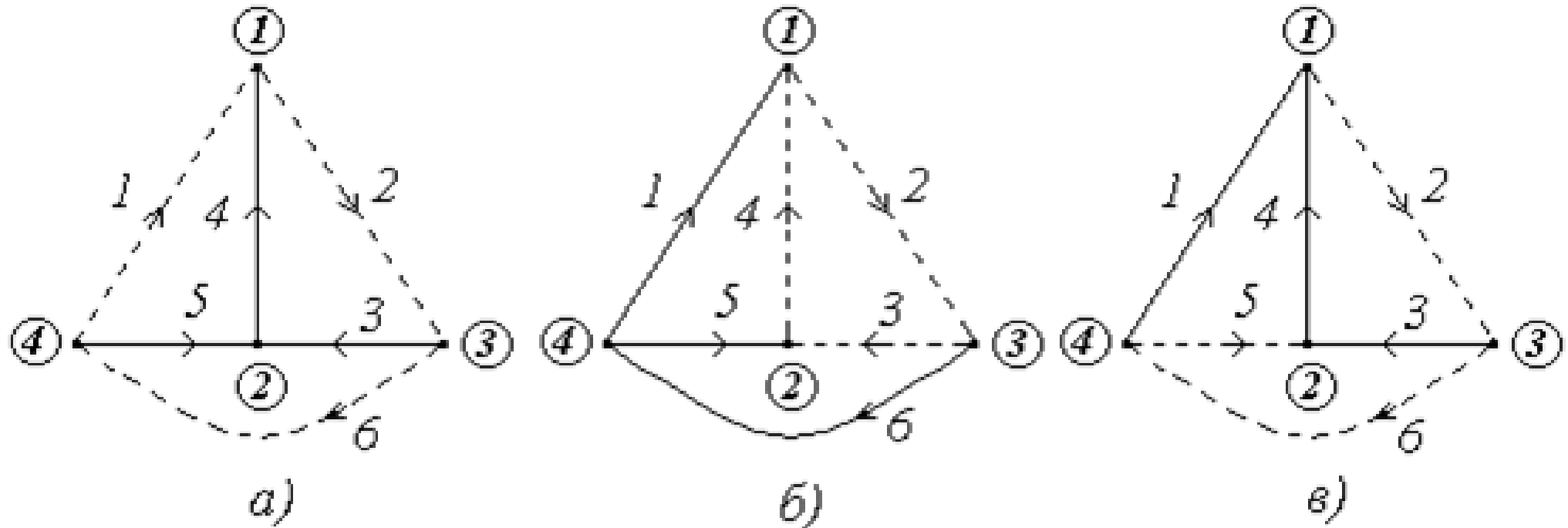
*Рис. 10*

Вітки, як і вузли, нумеруються натуральними числами. Граф називається *планарним*, якщо його можна розмістити на площині без перетину віток.

# Структурні елементи графа:

1. *Шлях* – сукупність віток, які з'єднують початковий і кінцевий вузли. Якщо між двома будь-якими вузлами графа існує шлях, то граф називається *зв'язаним*, інакше *не зв'язаним*.
  2. *Контур* – замкнений шлях, в якому початковий і кінцевий вузли співпадають. Для планарного графа вводиться поняття *простий*, або *елементарний контур* (вічко) – це контур, який не охоплює жодної вітки. Наприклад, на *Рис. 9* прості контури утворюються вітками: 1-4-5, 2-3-4, 3-5-6.
- *Дерево* – сукупність віток, що з'єднують всі вузли, але не створюють жодного контура. На *Рис. 11, а, б, в* показані суцільними лініями три дерева того ж самого графа. Очевидно, що кількість віток дерева у зв'язаному графі на одиницю менша кількості вузлів:  $n_{\text{д}} = n_{\text{вз}} - 1$

Всі вітки графа, які не належать дереву називаються *вітками зв'язку*, або інакше, *хордами*. На *Рис. 11, а, б, в* вони показані пунктиром.



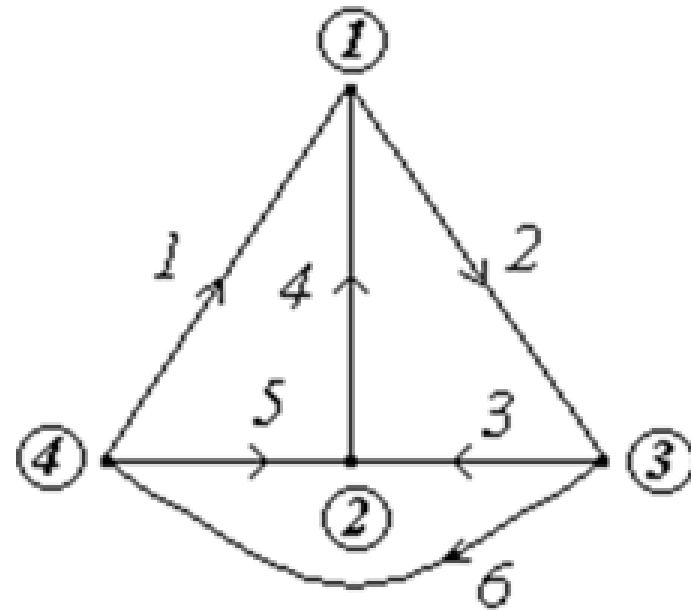
*Рис. 11*

Кількість віток зв'язку:  $n_z = n_e - n_d = n_e - n_{e3} + 1$

$n_e$  — загальна кількість віток графа.



4. *Перетин* – сукупність віток, при видаленні яких граф розпадається на дві, не зв’язані між собою частини. Наприклад, на *Рис. 9* вітки 6, 5, 4, 2 утворюють перетин, тому що при їх видаленні граф розпадається на дві незв’язані частини: між вузлами 1, 4 залишається вітка 1, між вузлами 2, 3 – вітка 3.

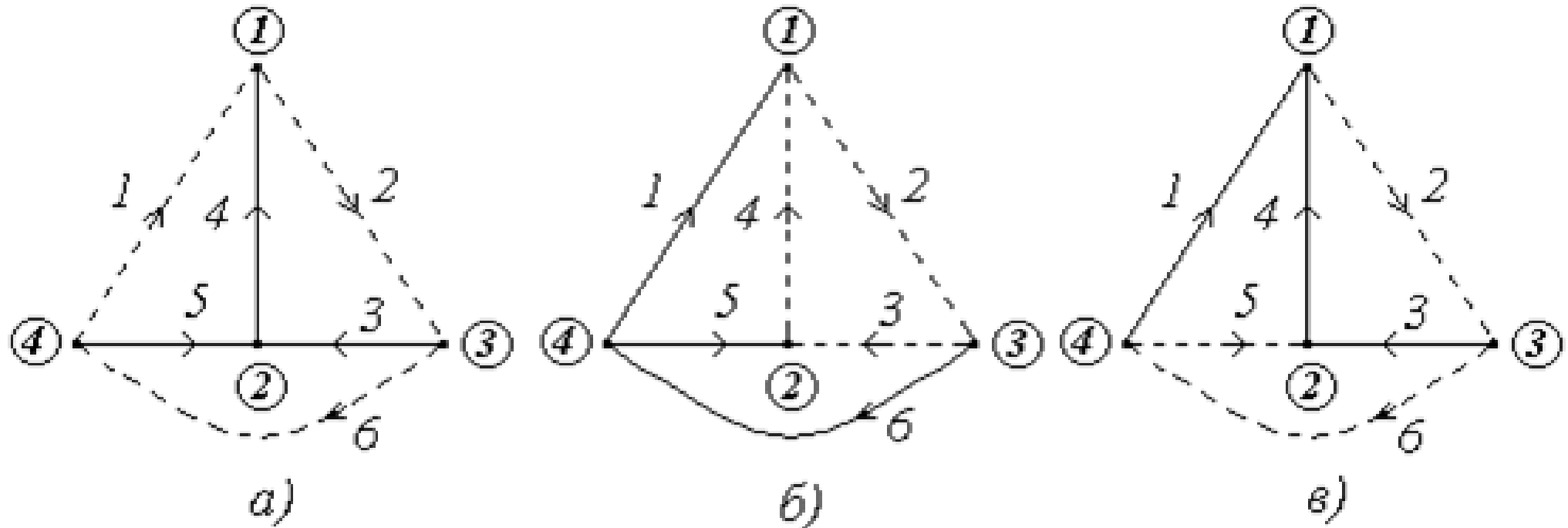


*Рис. 9*

*5. Головний контур* – контур, до складу якого входить лише одна вітка зв'язку, а всі інші – вітки дерева.

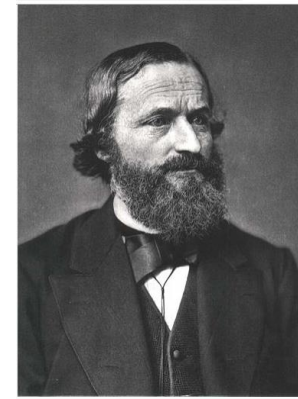
*6. Головний перетин* – перетин, до складу якого входить лише одна вітка дерева, а всі інші – вітки зв'язку.

- Так, для дерева, показаного на *Рис. 11, б* головні контури утворені вітками: 2-1-6, 3-5-6, 4-1-5, головні перетини утворені вітками: 1-2-4, 5-3-4, 6-2-3. Проаналізуйте схеми кіл *Рис. 11, а, в*.



*Рис. 11*

# Закон Кірхгофа



Ім'я при народженні: Густав Роберт Кірхгоф  
нім. *Gustav Robert Kirchhoff*  
Народився: 12 березня 1824  
Кенігсберг, Східна Прусія

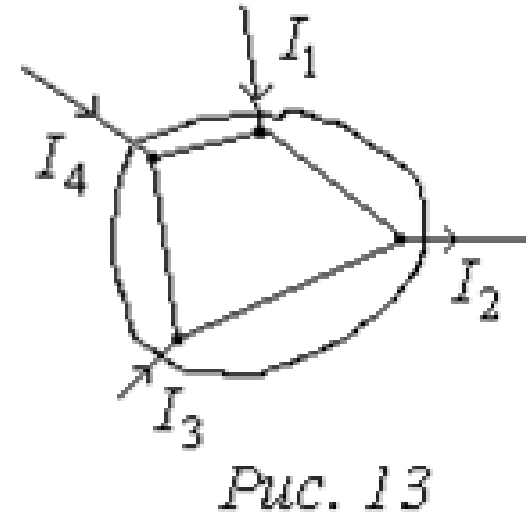
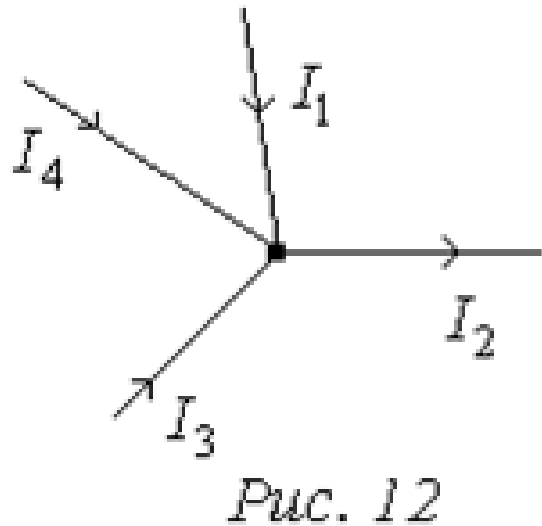
- Перший закон Кірхгофа встановлює зв'язок між сумою струмів, спрямованих до вузла електричного з'єднання (додатні струми), і сумою струмів, спрямованих від вузла (від'ємні струми). Згідно з цим законом алгебраїчна сума струмів, що збігаються в будь-якій точці розгалуження провідників, дорівнює нулю.
- Другий закон Кірхгофа встановлює зв'язок між сумою електрорушійних сил і сумою падінь напруги на резисторах замкненого контуру електричного кола. Згідно з цим законом алгебраїчна сума миттєвих значень електрорушійної сили всіх джерел напруги у будь-якому контурі електричного кола дорівнює алгебраїчній сумі миттєвих значень падінь напруги на всіх резисторах того самого контуру.

# I-й закон Кірхгофа (для струмів).

- *Алгебраїчна сума струмів всіх віток, які належать вузлу (або перетину), дорівнює нулю.*

$$\sum_{k=1}^n I_k = 0$$

- Для запису першого закону Кірхгофа *довільно* приймається правило знаків, наприклад: *струми, що входять у вузол беруться зі знаком «плюс» ті, що виходять - зі знаком «мінус»*.
- Запис закону для вузла (*Рис. 12*), для перетину (*Рис. 13*):
- $I_1 - I_2 + I_3 + I_4 = 0$



- Кількість незалежних рівнянь, які можуть бути складені за першим законом Кірхгофа для будь-якого кола, дорівнює кількості головних перетинів цього кола.
- Систему незалежних рівнянь за першим законом Кірхгофа одержимо також, записавши їх для незалежних вузлів кола, тобто для будь яких  $n_{\text{вз}} - 1$  вузлів кола.

Фізично перший закон Кірхгофа визначає, що в будь-якому вузлі електричного кола електричні заряди не накопичуються. Сума електричних зарядів, які надходять до вузла, дорівнює сумі зарядів, які виходять з нього за один і той самий проміжок часу. (Це є неперервність ліній струму.)

## II закон Кірхгофа (для напруг).

- *Алгебраїчна сума напруг всіх віток, які належать замкненому контуру, дорівнює нулю.*

$$\sum_{k=1}^m U_k = 0$$

Якщо в одній частині рівняння залишити напруги на резисторах, а в іншій напруги на джерелах ЕРС, то другий закон Кірхгофа формулюють так:

*У замкненому контурі алгебраїчна сума напруг на опорах (резисторах) дорівнює алгебраїчній сумі ЕРС контура.*

$$\sum_{k=1}^n I_k R_k = \sum_{k=1}^m E_k$$



- Для запису другого закону Кірхгофа *довільно* вибирається напрям обходу контура, наприклад, за годинниковою стрілкою. Напруги віток, орієнтовані за напрямом обходу контура записують зі знаком «плюс», орієнтовані протилежно - зі знаком «мінус». ЕРС, які орієнтовані за напрямом обходу записуються зі знаком «плюс», орієнтовані протилежно - зі знаком «мінус».

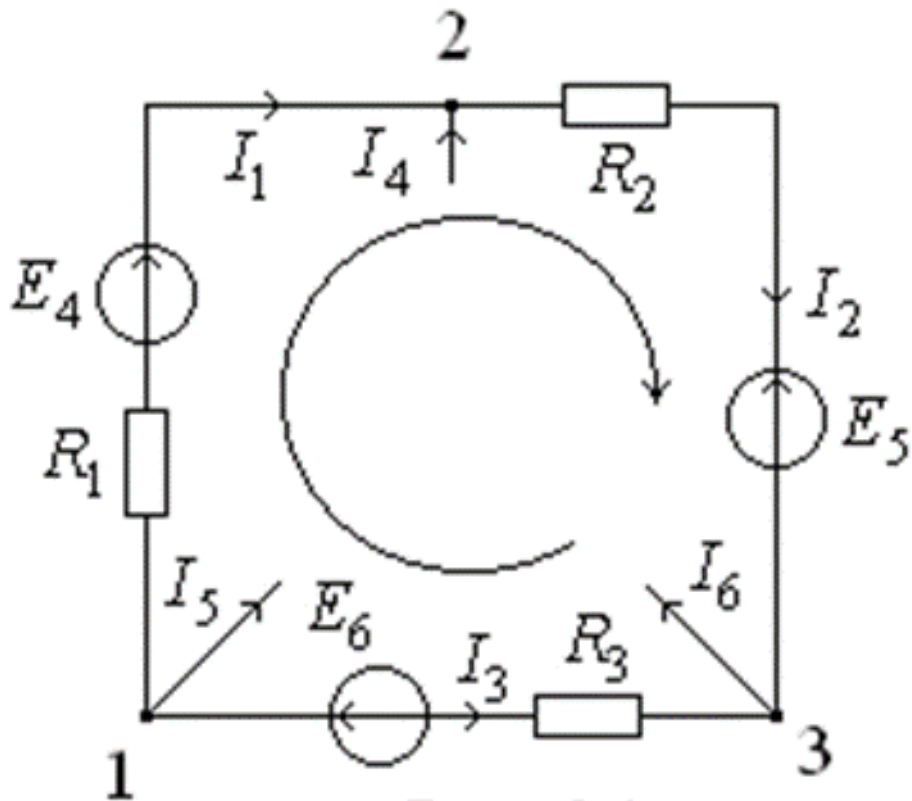


Рис 14

Для замкненого контура (Рис. 14) другий закон Кірхгофа записується так: ¶

$$\dots I_1 R_1 + I_2 R_2 - I_3 R_3 = E_4 - E_5 + E_6 \quad ¶$$

або так:  $U_{12} + U_{23} + U_{31} = 0.. ¶$

Складаючи рівняння за другим законом Кірхгофа, необхідно, щоб були задані додатні напрями ЕРС  $E_k$  усіх джерел енергії і задатись додатними напрямками струмів  $i_k$ . Додатними напрямками спаду напруг вважають такі, які збігаються з додатними напрямками струмів.

- Кількість незалежних рівнянь, які можуть бути складені за другим законом Кірхгофа для будь-якого кола, дорівнює кількості головних контурів цього кола.
- Для планарного графа систему незалежних рівнянь за другим законом Кірхгофа одержимо, записавши ці рівняння для всіх простих контурів (вічок) кола, кількість яких дорівнює кількості віток зв'язку у планарному графі.
-

- Запишемо рівняння за законами Кірхгофа для раніше розглянутого кола (Рис. 10), для якого  $n_{\varepsilon} = 6$ ,  $n_{\varepsilon 3} = 4$ .

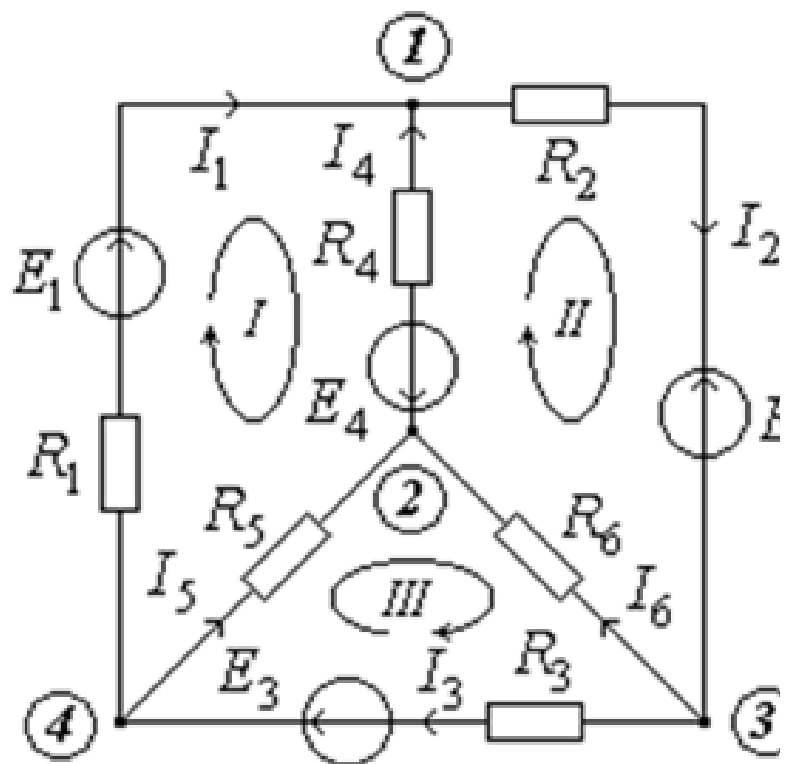


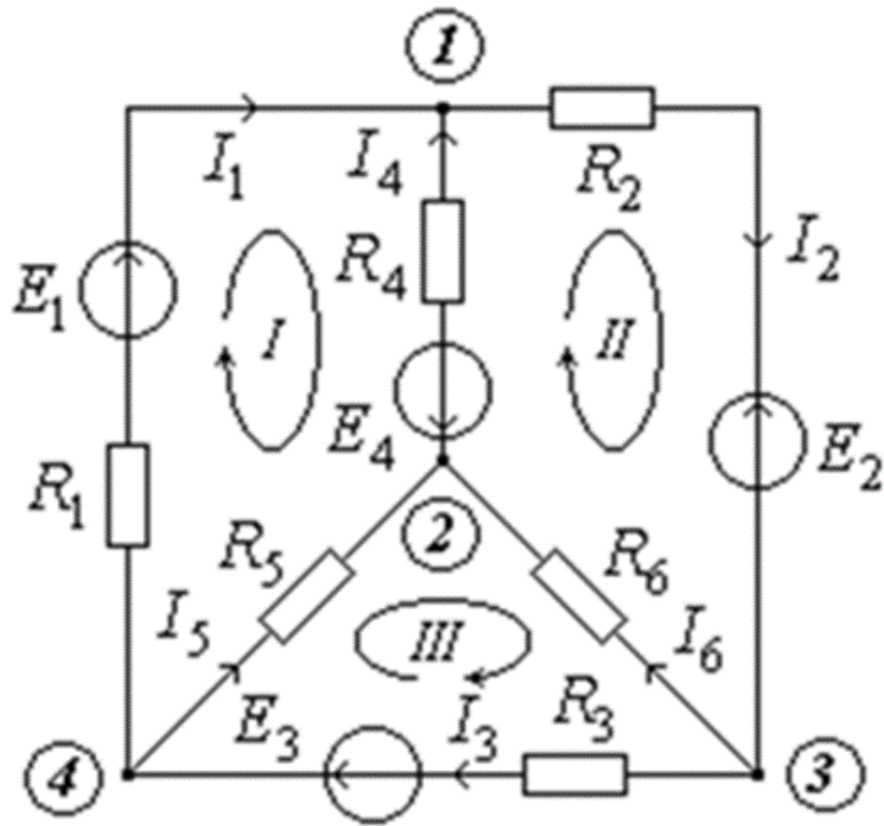
Рис. 10

За першим законом ( три незалежні вузли ):

$$\left. \begin{aligned}
 1. I_1 + I_4 - I_2 &= 0, \\
 2. I_5 + I_6 - I_4 &= 0, \\
 3. I_2 - I_3 - I_6 &= 0,
 \end{aligned} \right\} \text{ незалежні рівняння,}$$

4.  $I_3 - I_5 - I_1 = 0$  - залежне рівняння (сума трьох перших рівнянь).

- За другим законом (три незалежних контури):



1.  $U_1 - U_4 - U_5 = 0,$
  2.  $U_2 + U_6 + U_4 = 0,$
  3.  $U_3 + U_5 - U_6 = 0.$
- незалежні рівняння,
4.  $U_1 + U_2 + U_3 = 0,$  - залежне рівняння
- (сума трьох перших рівнянь для зовнішнього контура).

Рис. 10

Висновок: для повної інформації про електричне коло досить скласти:

1.  $n_{e3} - 1$  рівнянь за першим законом Кірхгофа для незалежних вузлів (перетинів кола).

2.  $n = n_e - n_{e3} + 1$  рівнянь за другим законом Кірхгофа для незалежних контурів кола.